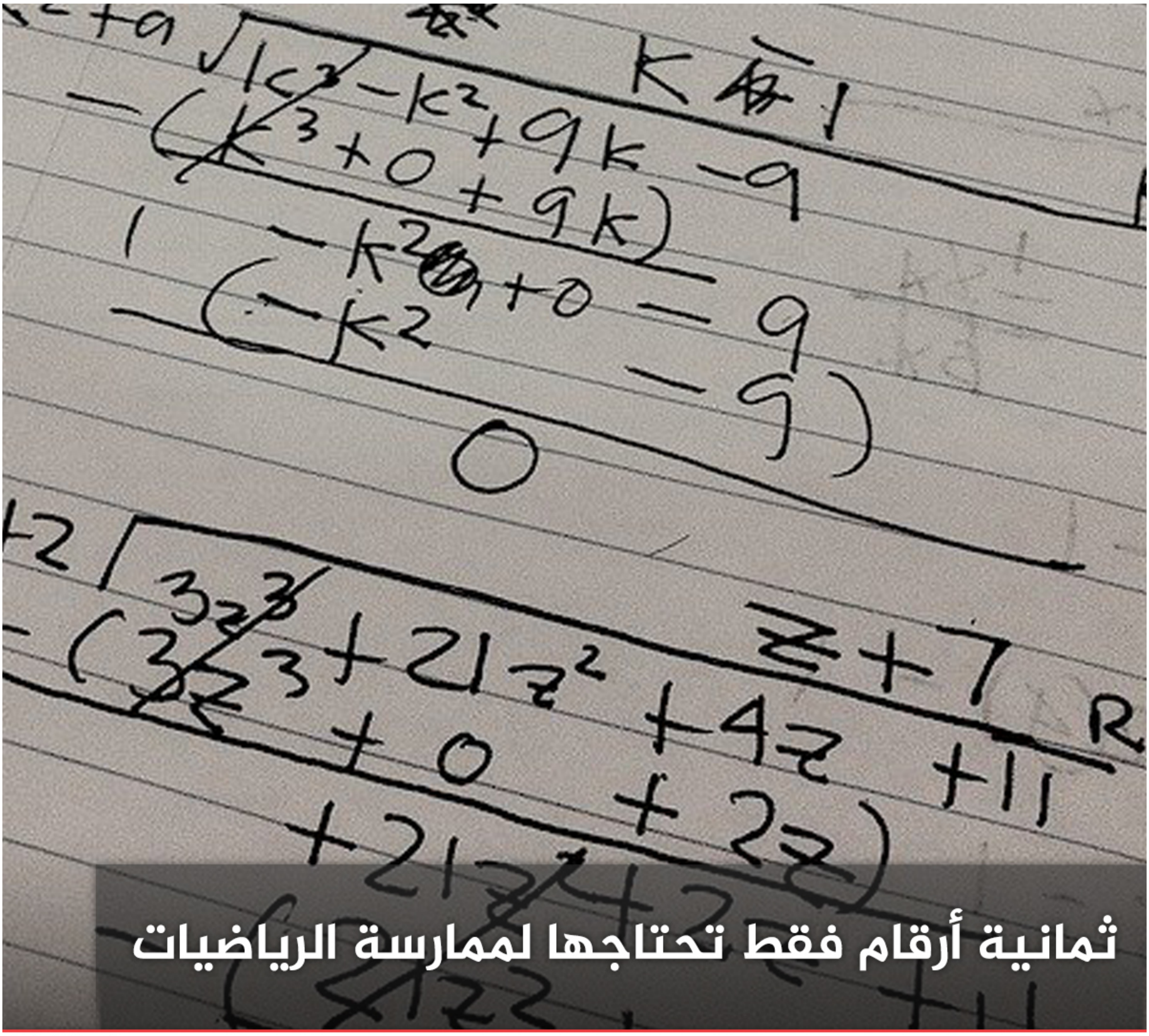
ثمانية أرقام فقط تحتاجها لممارسة الرياضيات



هناك عددٌ كبيرٌ لانهائي من الأعداد، وهناك عدد لانهائي من الطرق لجمع هذه الأعداد والتلاعب بها. يمثل الرياضيون الأعداد على مستقيم، وكل نقطة على المستقيم تمثل عدداً.

في النهاية، على الرغم من أنّ معظم الأعداد التي نستخدمها تعتمد على مجموعة صغيرة من الأرقام الهامة للغاية التي تشكل أسس الرياضيات. فيما يلي الأرقام الثمانية التي تحتاجها فعلاً في بناء مستقيم الأعداد والقيام بأي شيء كمي.

الصفر

يمثل الصفر غياب الأشياء، وهو أيضاً عنصر أساسي في نظام الأعداد لدينا. نستخدم الصفر كمحدد للمرتبة عندما نكتب أعداداً بأكثر من منزلة، ويتيح الصفر لنا معرفة الفرق بين 2 دولار و20 دولار.

يمثل الصفر بحد ذاته في الرياضيات رقماً في غاية الأهمية. الصفر حيادي للجمع، وهذا يعني أنني في أي وقت أضيف عدداً للصفر، أحصل على نفس العدد: \(3=3+0\).

تمثل خاصية الصفر هذه جانباً أساسياً من الحساب والجبر. كما يقع الصفر في منتصف مستقيم الأعداد، حيث يفصل الأعداد الموجبة عن الأعداد السالبة، وبالتالي فهو نقطة البدء في بناء نظام الأعداد لدينا.

واحد

الرقم واحد محايد للضرب، مثلما يكون الصفر محايداً للجمع. خذ أي عدد واضربه بالواحد، وستحصل على العدد نفسه \(5=1×5\). فقط باستخدام الواحد، نستطيع البدء ببناء مستقيم الأعداد، حيث يمكننا استخدام الواحد على وجه الخصوص للحصول على الأعداد الطبيعية **natural numbers** وهي 0,1,2,3,4,5 وهكذا. حيث نتابع بإضافة الواحد إلى نفسه للحصول على هذه الأعداد الأخرى: \(3=2+1 \)، \(2=1+1\)، \(4=3+1\)ونستمر هكذا حتى الوصول إلى اللانهاية.

الأعداد الطبيعية هي معظم أعدادنا الأساسية، إذ نستخدمها لحساب الأشياء كما نستطيع أيضاً القيام بالعمليات الحسابية بواسطة الأعداد الطبيعية. فإذا جمعت أو ضربت عددين طبيعيين ستحصل على عدد طبيعي جديد.

يمكنني أيضاً في بعض الأحيان، وليس دائماً، طرح عددين طبيعيين، أو تقسيم عددين طبيعيين أحدهما على الآخر .\(4=6−10\) و \(3=4÷12\). يمكننا باستخدام الصفر والواحد، وعملياتنا الحسابية الأساسية فقط، أن نقوم فعلاً بكمية جيدة من العمليات الرياضية فقط باستخدام الأعداد الطبيعية.

1ـ الواحد السالب

في البداية، ليس من الممكن دائماً طرح عددين طبيعيين والحصول على عدد طبيعي. إذا كان هذا كل ما أملكه للقيام بالعمل مع هذه الأعداد الحسابية، فأنا ليس لدي فكرة عن كيفية تحليل عبارة مثل \(3−8\).

إحدى الأشياء الرائعة في الرياضيات، أنه عندما نُواجه بقيود كتلك، فإننا نستطيع توسيع نظام عملنا لإزالة القيد. للسماح بالطرح، نضيف 1− لمستقيم الأعداد المتنامية لدينا.

يجلب الرقم 1− معه كل الأرقام السلبية الأخرى، عندما نضرب عدداً موجباً ب 1− يعطي النسخة السالبة من هذا العدد : \(−1×3 =−3\) من خلال إحضار الأرقام السالبة، نحل مشكلة الطرح\(3−8=−5\).

بوضع الأعداد الموجبة، والصفر، وأعدادنا السالبة الجديدة معاً نحصل على الأعداد الصحيحة **the integers**، ونستطيع دائماً طرح عددين صحيحين من بعضهما والحصول على عدد صحيح كنتيجة. تشكل الأعداد الصحيحة نقاط الارتكاز في مستقيم الأعداد. تفيد الأرقام

السلبية في تمثيل العجز، إذا كنت مديناً للبنك ب 500 دولار، يمكنني التفكير أن رصيدي في البنك هو 500−.

نستخدم أيضاً الأعداد السالبة عندما يكون لدينا بعض الكميات المدرجة، حيث القيم تحت الصفر ممكنة، مثل درجات الحرارة. في الأراضي المتجمدة في مسقط رأسي في بوفالو، لدينا بضعة أيام في فصل الشتاء كل سنة تنخفض درجة الحرارة إلى حدود 20−.

واحد على عشرة

لا تزال الأعداد الصحيحة غير مكتملة حسابياً، بينما نستطيع دائماً أن نضيف أو نطرح أو نضرب عددين صحيحين ونحصل على آخر صحيح، لا نستطيع الحصول على عدد صحيح عن طريق قسمة عددين صحيحين. فالعملية \(5÷8\) لامعنى لها إن كان كل ما لدينا هو الأعداد الكاملة.

للتعامل مع هذا، نضيف 10/1 أو 0.1 لخط الأعداد. وبوجود 0.1، والقوى من 0.1 ، 0.01 ، 0.001 ، 0.0001 وهكذا، نستطيع الآن تمثيل الكسور والأعداد العشرية حيث يصبح \(5÷8=1.6\).

نحصل بتقسيم أي عددين صحيحين (ما عدا القسمة على صفر)، على أعداد عشرية إما منتهية مثل 1.6 أو لديها رقم أو نمط أرقام متكرر دوري مثل \(3÷1=0.3333\) حيث تستمر الثلاثات إلى اللانهاية.

هذه الأنواع من الأعداد العشرية تسمى أعداداً نسبية (أو عادية) **rational numbers**، لأنه يمكننا تشكيلها عن طريق أخذ الكسور، أو النسب، من عددين صحيحين. تتميز الأرقام النسبية (العادية) بكونها منتهية حسابياً، وهذا يعني أنه بإمكاني أن آخذ اثنين من الأرقام النسبية وأضربها، وأجمعها وأطرحها، أو أقسمها وأحصل على عدد نسبي آخر.

تسمح لنا الأرقام النسبية بتمثيل الكميات بين الأعداد الصحيحة، أو الكميات الكسرية. إذا تقاسمت كعكة مع ثلاثة من الأصدقاء وقسمتها بالتساوي، سيحصل كل منا على ¼ أو 0.25 أو 25% من الكعكة. تساعدنا الأرقام النسبية في البدء بملأ الفراغات بين الأعداد الصحيحة في خط الأعداد.

الجذر التربيعي للعدد 2

الجذر التربيعي لعدد هو عدد عندما تربعه أو تضربه بنفسه، يعطيك العدد الأصلي. لذلك الجذر التربيعي لـ 9 هو 3 ، \(32 = 3 × 3 = 9\) نستطيع أن نجد الجذر التربيعي لأي عدد موجب، لكن في بعض الاستثناءات القليلة، فإن هذه الجذور التربيعية تصبح فوضوية.

الجذر التربيعي للعدد 2 هو عدد فوضوي، إنه عدد غير نسبي، وهذا يعني أن توسعه العشري لا ينتهي ولا يستقر على نمط تكرار معين، حيث يبدأ الجذر التربيعي للعدد 2 بهذه الأرقام 1.41421356237 ويستمر بأرقام غريبة وعشوائية.

وتبين أنّ الجذور التربيعية لمعظم الأعداد النسبية هي أعداد غير نسبية فيما عدا الاستثناءات كالعدد 9، فتدعى عندها بالمربعات الكاملة. الجذور التربيعية مهمة جداً في الجبر حيث تشكل الكثير من الحلول للمعادلات، على سبيل المثال، الجذر التربيعي للعدد 2 هو عبارة عن حل للمعادلة \(x2 =2\).

عن طريق وضع الأعداد النسبية وغير النسبية معاً، نكمل مستقيم الأعداد، ويطلق على المجموعة الكاملة من الأعداد النسبية وغير النسبية

بالأعداد الحقيقية **the real numbers**، وهذه هي الأرقام الأكثر استخداماً في جميع أنواع الحسابات.

الآن أكملنا مستقيم الأعداد، نستطيع أن نلقي نظرة على بضع أعداد غير نسبية مهمة.

باي (pi)

هو نسبة محيط أي دائرة إلى قطرها، ربما هو العدد المستخدم الأكثر أهمية في الهندسة. يظهر باي بشكل أساسي في أي صيغة تتضمن دوائر أو كرات، على سبيل المثال، مساحة دائرة نصف قطرها r هي \(πr2\) وحجم كرة نصف قطرها r هو \((4÷3)πr3\)

يظهر **π** بوضوح في علم المثلثات، 2π هي الدور لحركة الدالتين الأساسيتين في علم المثلثات الجيب والتجيب **sine and cosine**. هذا يعني أن الدالات تعيد نفسها كل \(2π\) تمثل هذه الدالات وبالتالي باي، مفتاح 8العمل في أي عملية دورية أو تكرارية، وخصوصاً في وصف الأشياء مثل الأمواج الصوتية.

يعتبر العدد **π** عدداً غير نسبي مثله كمثل الجذر التربيعي للعدد 2 وهذا يعني أن توسعه العشري لا ينتهي ولا يتكرر. أما بالنسبة للأرقام القليلة الأولى من باي فهي مألوفة جداً: 3.14159....

وجد علماء الرياضيات باستخدام أجهزة الكمبيوتر الكبيرة أول 10 ترليون مرتبة من العدد باي أو ما يقارب هذا، على الرغم من أنّ معظم التطبيقات في أيامنا، تحتاج فقط لأول عدة أرقام للحصول على نتائج دقيقة بما فيه الكفاية.

عدد أويلر e

يعتبر عدد أويلر **e** ، أساسياً للعمل مع الدالات الأسية **exponential functions**، حيث تمثل الدالات الأسية تلك العمليات التي تضاعف أو تنقص نفسها إلى النصف خلال مدة زمنية ثابتة.

إذا بدأت باثنين من الأرانب، بعد شهر سأحصل على أربعة، بعد شهرين سأحصل على ثمانية أرانب، وبعد ثلاثة أشهر سأحصل على 16 أرنب . بشكل عام بعد **n** شهر، سأحصل على **2n+1** أرنب، أو 2 مضروبة بنفسها **n+1** مرة.

إن **e** عدد غير نسبي ، بقيمة تقريبية 2.71828 ، لكنه ككل الأعداد الغير نسبية، فإن التوسع العشري له يمضي إلى اللانهاية بدون نمط تكرار. تمثل **ex** الدالة الأسية الطبيعية، والأساس لأي دالة أسية أخرى. إن السبب وراء أهمية و خصوصية **ex** معقد قليلاً، لأولئك الذين شاهدوا التفاضل والتكامل، ربما تعرف أن مشتق **ex** هو **ex**.

هذا يعني أنه، لأي قيمة معينة لـ **x** نعوضها في **ex** معدل زيادة الدالة في تلك النقطة هو قيمة الدالة. من أجل **x=2** تزداد الدالة **ex** بمعدل **e2**. هذه الخاصية فريدة من نوعها بشكل أساسي بين الدالات، مما يجعل العمليات الرياضية على ex مميزة للغاية.

تتميز **ex** بكونها مفيدة في العمل على أغلب العمليات الأسية. حيث أن إحدى اكثر التطبيقات المعروفة هو الحصول على الفائدة المركبة التي تتراكم باستمرار. مع رأس المال الأساسي **p**، ومعدل الربح السنوي r، فإن قيمة الاستثمار **A** بعد عدد سنوات مقداره **t** يعطى بالصيغة **A=Pert**.

الجذر التربيعي ل 1- أو i

ذكرنا سابقاً أننا نستطيع أخذ الجذر التربيعي لأي عدد موجب، سنرى الآن ماذا سيحدث مع الأعداد السالبة. لا تملك الأعداد السالبة جذراً تربيعياً في الأعداد الحقيقة.

إذا ضربت عددين سالبين ببعضهما ينتج عدد موجب، لذلك تربيع أي عدد حقيقي ينتج عدداً موجباً، لذلك ليس هنالك طريقة لضرب عدد حقيقي بنفسه والحصول على عدد سالب.

لكن كما رأينا سابقاً، عندما نواجه قيوداً واضحة مثل هذه في نظام الأعداد، نستطيع توسيع نظام الأعداد لإزالة القيد. وهكذا ظهر أمامنا قيد بأنه ليس لدينا جذر تربيعي لـ **1-** ، ولكننا ببساطة نسأل نفسنا ماذا سيحدث لو كان لدينا.

نعرّف **i** ـوهي وحدة تخيلية ـ لتكون ذلك الجذر التربيعي (الجذر التربيعي لـ **1-**)، وبوضع جميع الأعداد الأخرى التي نحتاجها للتأكد من أنّ الجمع والطرح والقسمة والضرب لا زالت تحمل معنى، فإننا نوسع الأعداد الحقيقية لتشكيل الأعداد العقدية **the complex numbers**.

تملك الأعداد العقدية العديد من الخصائص والتطبيقات الرائعة. وكما قمنا بتمثيل الأعداد الحقيقية على مستقيم، نستطيع تمثيل الأعداد العقدية في مستوي، بمحور أفقي لتمثيل الجزء الحقيقي من العدد، ومحور رأسي أو عمودي لتمثيل العنصر التخيلي، وبالتالي تمثيل الجذر التربيعي لبعض الأعداد السالبة.

تملك أي معادلة كثيرة الحدود حلاً واحداً على الأقل في مجموعة الأعداد العقدية، وهي نتيجة هامة للغاية لدرجة أن الرياضيين يدعونها النظرية الأساسية في الجبر. تنتج هندسة المستوي العقدي بعض النتائج المفاجئة والأنيقة، ولديها العديد من التطبيقات في فيزياء الكهرباء وفي الهندسة الكهربائية.

- التاريخ: 2016-10-30
- التصنيف: اسأل فلكي أو عالم فيزياء

#العدد باي #الرياضيات #الاعداد الطبيعية #عدد أويلر e

المصطلحات

- **الأيونات أو الشوارد (Ions)**: الأيون أو الشاردة هو عبارة عن ذرة تم تجريدها من الكترون أو أكثر، مما يُعطيها شحنة موجبة.وتسمى أيوناً موجباً، وقد تكون ذرة اكتسبت الكتروناً أو أكثر فتصبح ذات شحنة سالبة وتسمى أيوناً سالباً

المصادر

- sciencealert

المساهمون

- ترجمة
  - فارس دعبول
- مُراجعة
  - مريانا حيدر
- تحرير
  - سوار الشومري
- تصميم
  - علي كاظم
- نشر
  - مي الشاهد