جمال معادلات لابلاس المفتاح الرياضي لكل شيء!

تملك الفيزياء أحجار الرشيد الخاصة بها. إنها شيفرات، تُستخدم لترجمة الأنظمة التي تبدو متفاوتة في الكون. إنها تربط بالرياضيات البحتة بأي فرع من فروع الفيزياء الذي تريده. وهذه واحدة منها:

$$\nabla ^2 \varphi=0$$

نراها في الكهرباء، والمغناطيسية، وفي ميكانيك الموائع، وفي الجاذبية، وفي الحرارة، في غشاء الصابون، تدعى معادلة لابلاس. إنها في كل

مكان.

سُميت معادلة لابلاس نسبةً لبيير سيمون لابلاس **Pierre-Simon Laplace**. وهو رياضي فرنسي منتج بما يكفي للحصول على صفحة في ويكيبيديا مع العديد من التداوين باسمه. في عام 1799، أثبت أن النظام الشمسي كان مستقرًا على مدى فترات زمنية فلكية. خلافًا لما اعتقده نيوتن في وقت سابق من القرن. في سياق إثبات خطأ نيوتن، اكتشف لابلاس المعادلة التي تحمل اسمه.

إنها تحوي خمسة رموز فقط. هناك مثلث مقلوب رأسًا على عقب يدعى نيبلا **nabla** وعليه إشارة تربيع، والحرف اليوناني المتعرج فاي **phi** (هناك أناس يستخدمون بساي **psi** أو **v** أو حتى **A** مع سهم فوقها). وإشارة يساوي، والصفر. بهذه الرموز الخمسة فقط، قرأ لابلاس الكون.

فاي هي المهمة هنا. عادةً ما تكون محتملة (بعض تخصصات الفيزياء تدعي بثقة أنها تفهمها)، لكن يمكن أن تكون الكثير من الأشياء الأخرى. لنفترض الآن أنها تمثل الارتفاع فوق مستوى سطح البحر في كل نقطة من الطبيعة. على قمة تل، فاي تكون كبيرة، وفي وادٍ تصبح منخفضة. أما نيبلا المربعة فهي مجموعة من العمليات التي تسمى مجتمعةً لابلاسيان **Laplacian**، وهي تقيس التوازن بين الزيادة والانخفاض في قيم فاي (الارتفاعات) وأنت تتحرك في الطبيعة.

من أعلى التل، تهبط دون النظر إلى الاتجاه الذي تمشي فيه. وهذا ما يجعله أعلى التل، ولكن يجعل قيمة لابلاسيان سالبة أيضًا. خيارات النزول تفوق تمامًا خيارات الصعود. إنها موجبة في الوادي لنفس السبب. لا تستطيع الذهاب إلى أي مكان إلا للأعلى.

في مكان ما بين هذين الاثنين، سيتواجد ذلك المكان الذي ستأخذك فيه الخطوة صعودًا بقدر ما تأخذك نزولًا. في هذه النقطة، حيث الأعلى والأسفل متوازنان تمامًا، لابلاسيان تساوي الصفر.

في معادلة لابلاس، لابلاسيان تساوي صفر في كل مكان على السطح. هناك عاقبتان مترتبتان لذلك. أولًا، من أي مكان على الأرض، يجب أن تكون قادرًا على الصعود والنزول بالقدر ذاته. ثانيًا، قيم الارتفاعات والانخفاضات لفاي مقيدة بحدود المشهد (الطبيعة). هذا ببساطة نتيجة الجزء الأول: إذا كان هناك أي اختلاف في فاي، فإنه سيحدث قبل قمة التل أو حوض الوادي. لذا عليك أن تتوقف عن النظر حيث تبدأ الأرض بتغيير مستواها.

الأماكن الحقيقية وعرة للغاية لتلبية معادلة لابلاس. لكن الصابون أكثر تعاونًا. اغمر سلك شماعة الملابس في ماء وصابون وستلاحظ أن الغشاء خالٍ من أي نتوءات. حرك الماء بشكل دائري قليلًا وستلاحظ أنك لا تستطيع تحديد موقع الشماعة حيث يبدو الصابون أعلى من أعلى نقطة فيها، أو أخفض من أخفض نقطة. من أي منظور، تقع الأجزاء الأعلى والأخفض على حدود السلك بالضبط.

تشكل هذا الغشاء بسبب التوتر السطحي. لكن يمكن وصفه والتنبؤ به تمامًا عن طريق معادلة لابلاس. للتذكير، هذه نفس المعادلة التي درسها بهدف وصف النظام الشمسي.

أو تخيل قطعة مشحونة من المعدن في مساحة فارغة. عادةً، لا يوجد جهد كهربائي في الفراغ، لكن في هذه الحالة الفراغ القريب جدًا من المعدن سيحصل على جهد مماثل جدًا للمعدن نفسه. إذا ابتعدنا سيصبح الجهد صغيرًا، لكن عند نقطة لانهائية البعد سيكون مساوٍ للصفر فعلًا. عندما تتحرك مبتعدًا عن المعدن لن يكون هناك أي قمم أو هبوطات حادة لأنه لا يوجد شحنات أخرى بالقرب لتتسبب بارتفاع الجهد الكهربائي. لذلك سينخفض الجهد تدريجيًا.

وهذا يعيدنا إلى لابلاس. لإيجاد الجهد الكهربائي في أي مكان من الفضاء الذي تسببه هذه القطعة من المعدن، تحتاج فقط لحل معادلة لابلاس.

في الواقع، لن تفعل هذا. هذا هو جمال أحجار الرشيد في الفيزياء: عند حل معادلة لابلاس لغشاء الصابون، أنت تحدد أي شيء متعلق بالشماعة في الخطوة الأخيرة. كل شيء قبل ذلك مستقل تمام اعن الصابون، لذا إنها قابلة بشكل تام للتطبيق هنا على الجهد. لا تحتاج لتغيير شيء.

يمكن تطبيق الحل نفسه في كل مكان، كل ما تحتاج فعله هو تغيير الخطوة الأخيرة. الجاذبية كبيرة على كتلة وتصل تقريبًا للصفر– لقد عدت مرة أخرى إلى لابلاس. سرعة الماء صفر عندما يكون شيء في طريقه – عدت مجددًا إلى لابلاس. يناسب رأس الطبل حافته بشكل محكم ويحفظه التوتر السطحي مشدودًا ومسطحًا– ها قد عدت مجددًا إلى لابلاس. لذلك إنها تنتشر في كل أنحاء الكون، في الفصول الدراسية والأبحاث على حد سواء. تنبثق لابلاس في أي مكان تنظر إليه، وأنت بحاجة فقط إلى حلها مرة واحدة.

حتى يقرر شخص ما أن يضرب الطبل، كما تعود الناس للقيام بهذا. لنؤجل هذا القلق لوقت آخر.

- التاريخ: 2017-01-02
- التصنيف: اسأل فلكي أو عالم فيزياء

#الرياضيات #التفاضل #لابلاس #الميكانيكا التقليدية #معادلات لابلاس

المصادر

- wired

المساهمون

- ترجمة
  - فارس دعبول
- مُراجعة
  - نداء البابطين
- تحرير
  - أسماء إسماعيل
- تصميم
  - Tareq Halaby
  - صلاح الحجي
- نشر
  - مي الشاهد