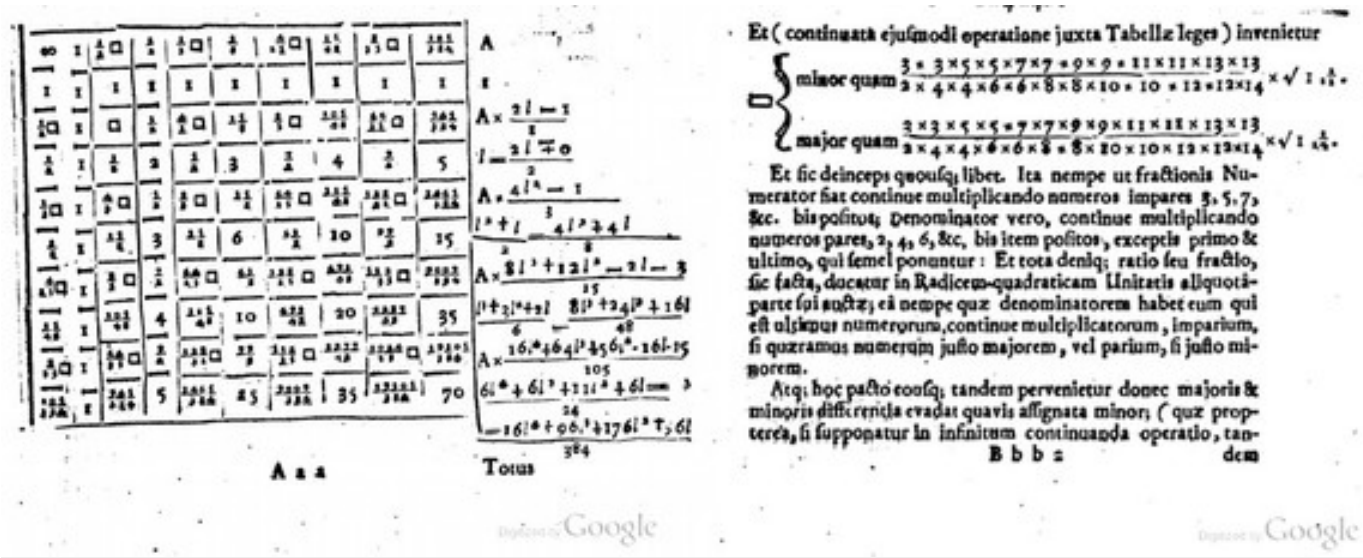
اشتقاق جديد للنسبة باي يربط فيزياء الكم و الرياضيات البحتة

www.nasainarabic.net
@NasaInArabic NasaInArabic NasaInArabic NasaInArabic NasaInArabic

نشر الرياضي الأنجليزي جون واليس John Wallis في عام 1655 كتابًا اشتق فيه صيغة لثابت باي تتمثل في حاصل ضرب متسلسلات لانهائية من النسب، وجد الآن باحثون من جامعة روتشستر في اكتشاف مفاجئ نفس الصيغة في حسابات ميكانيكا الكم لمستويات الطاقة لذرة الهيدروجين.

يقول فيزيائي الجسيمات كارل هاغين **Carl Hagen** من جامعة روتشستر: "لم نكن نبحث عن صيغة واليس لباي، إنما سقطت في مختبراتنا". بعد أن لاحظ وجود اتجاه مثير للإهتمام في حلول مجموعة مشاكل وضعها للطلاب في فصل ميكانيكا الكم، استعان هاغين بالرياضي تامار فريدمان **Tamar Friedmann** واستنتجا معاً أن هذا الإتجاه هو في الحقيقة تعبير على صيغة واليس لباي.



صفحتين من كتاب Arithmetica Infinitorum لجون واليس John Wallis. يظهر ضمن الجدول في الصفحة اليسرى المربع الذي يظهر مرارًا مشيرًا إلى 4\باي. أو نسبة مساحة المربع إلى مساحة دائرة محيطة به. استخدم واليس الجدول للحصول على اللامساواة التي تظهر في قمة الصفحة اليمنى والتي أدت إلى صيغته. المصدر: جوجل.

يقول فريدمان :"لقد كانت مفاجأة بالكامل، قفزت للأعلى و الأسفل عندما حصلنا على صيغة واليس من معادلات ذرة الهدروجين. الشيء المميز هو أنها جلبت اتصال جميل بين الفيزياء و الرياضيات. وجدت هذا ممتعاً كيف أن صيغة رياضية بحتة من القرن السابع عشر تصف نظام فيزيائي اكتشف بعدها بـ 300 عام".

نشر الباحثون نتائجهم في مجلة الفيزياء الرياضية **Journal of Mathematical Physics**.

في ميكانيكا الكم، يمكن استخدام طرائق تدعى طرائق تباينية لتقريب حالات الطاقة للأنظمة الكمومية التي لا يمكن حلّها بالضبط مثل الجزيئات. كان هاغين يُعلم الطريقة لتلاميذه عندما قرر تطبيقها على جسم حقيقي: ذرة الهيدروجين. تعد ذرة الهيدروجين في الحقيقة أحد الأنظمة الكمومية النادرة التي يمكن حل مستويات الطاقة فيها بالضبط، ولكن بتطبيق طرائق التباين أولاً ثم مقارنة النتيجة مع الحل الدقيق، بإمكان الطلبة حساب الخطأ في التقدير.

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{\ell \to \infty} \prod_{j=1}^{\ell+1} \frac{(2j)(2j)}{(2j-1)(2j+1)} \,,$$

حسابات اشتقها كل من هاغين و فريدمان و أنتجاها على شكل إقتران رياضي معين يدعى إقتران غاما. المصدر: Tamar Friedmann and Carl Hagen/University of Rochester.

عندما بدأ هاغين بحل المشكلة بنفسه، لاحظ على الفور توجه الميل، كان الخطأ في طرائق التباين حوالي 15 بالمئة للحالة المستقرة للهدروجين و10 بالمئة لحالة التهيج الأولى، واستمرت بالتناقص هكذا مع حالات التهيج الأكبر. كان هذا غير إعتيادي، ذلك لأن طرائق التباين في الشكل الطبيعي تعطي تقدير جيد لمستويات الطاقة الصغرى.

طلب هاغين من فريدمان إلقاء نظرة على ما يحدث مع ازدياد الطاقة، وجدوا بأن حدود حلول طرائق التباين تقترب من نموذج ذرة الهيدروجين الذي طوّره عالم الفيزياء نيلز بور في أوائل القرن العشرين، والذي يصور مدارات الالكترونات كأنها دوائر مثالية. يمكن توقع هذا من مبدأ التوافق لبور و الذي ينص على أنه عندما تكون المدارات ذات نصف قطر كبير يمكن وصف سلوك الأنظمة الكمومية من خلال الفيزياء الكلاسيكية.

يشرح هاغين قائلًا: "يكون المسار الذي يسلكه الإلكترون في مدارات الطاقة المنخفضة غامضًا وذو انتشار، أما في حالات التأين القصوى يصبح المدار محددًا بشكل أوضح و يقل الخطأ في نصف القطر."

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 3} \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 5} \frac{6 \cdot 6}{5 \cdot 7} \cdots$$

صيغة وليس الكلاسيكية في القرن الثامن عشر لتحديد باي. المصدر: University of Rochester.

كان كل من هاغين و فيردمان قادران على استخراج صيغة واليس لباي من صيغة النهاية للحل التباييني مع ازدياد الطاقة. يعود تاريخ نشوء نظرية ميكانيكا الكم إلى بدايات القرن العشرين أما صيغة واليس فقد جائت قبل مئات السنين، ولكن الإتصال بينهما بقي سراً حتى الآن.

يقول فريدمان: "**أبقت الطبيعة هذا سراً طوال الثمانين عاماً الماضية، أنا سعيد أننا كشفنا عن هذا السر**".

- التاريخ: 2016-10-01
- التصنيف: فيزياء

#ميكانيك الكم #الفيزياء الكمومية #العدد باي #الرياضيات #صيغةِ واليس للعددِ باي

المصادر

- phys.org
- الورقة العلمية
- الصورة

المساهمون

- ترجمة
  - محمود عواشرة
- مُراجعة
  - نداء البابطين
- تحرير
  - أنس عبود
- تصميم
  - أمير علي
- نشر
  - مي الشاهد